

ДИНАМИКА ЛИНИИ ПРИВОДА СТАНА ВИНТОВОЙ ПРОКАТКИ ТРУБ*

Рахманов С. Р.

Национальная металлургическая академия Украины

Побудовано динамічну модель головного приводу стану гвинтової прокатки труб з урахуванням особливостей поведінки шарнірів шпинделя та механізму установки робочих валків. Складено диференціальні рівняння руху для обраної моделі механічної системи стану гвинтової прокатки труб та наведено їх розв'язання. Одержані рівняння зведено до параметричного рівняння Ріккати. Наведено чисельне та замкнене розв'язання задачі. Сформульовано основні умови виникнення параметричних коливань у лінії приводу та механізмі установки робочих валків. Показано, що параметричні коливання системи є основною причиною невідповідності результатів відомих теоретичних та експериментальних досліджень станів гвинтової прокатки труб. Встановлено головні причини виникнення параметричних коливань у механізмі установки робочих валків та приводі робочої кліти стану гвинтової прокатки труб. На базі теореми Флоке визначено області параметричної стійкості в залежності від режимів експлуатації стану, величини кута подачі трубної заготовки до валків стану та просторового розташування елементів шпиндельного пристрою головного приводу. Побудовано карту стійкого функціонування лінії приводу робочих валків для узагальненої динамічної моделі механічної системи стану гвинтової прокатки труб. Одержано необхідні та достатні стійкі умови сумісного функціонування елементів приводної лінії та механізму установки кута подачі валків.

Ключові слова: динаміка, привод, валок, шпиндель, прошивка, заготовка, стан, труба, момент інерції, жорсткість, нерівномірність, коливання, стійкість.

The dynamic model of the main drive of a camp of screw rolling of pipes taking into account features of behavior of hinges of a spindle and the mechanism of installation of working rolls is constructed. The differential equations of the movement for the chosen model of mechanical system of a camp of screw rolling of pipes are worked out and their decision is provided. The main reasons of emergence of parametrical fluctuations are installed in the drive of rolls of a working cage of a camp of screw rolling of pipes. Conditions of emergence of parametrical fluctuations in the line of the drive and the mechanism of installation of working rolls are formulated. It is shown that parametrical fluctuations of system are the main reason for discrepancy of results of pilot and known theoretical studies of camps of screw rolling of pipes. On a vase of the theorem of Floquet areas of parametrical stability depending on the modes of operation of a camp, size of an angle of giving of pipe preparation in working rolls of a camp and a spatial arrangement of elements of the spindle device of the main drive are defined. The card of steady functioning of the line of the drive of working rolls for the generalized dynamic model of mechanical system of a camp of screw rolling of pipes is constructed. Necessary and sufficient steady conditions of joint functioning of elements of the driving line and the mechanism of installation of an angle of giving of rolls are received.

Keywords: dynamics, drive, roll, spindle, insertion, preparation, camp, pipe, inertia moment, rigidity, unevenness, fluctuations, stability.

Построена динамическая модель главного привода стану винтовой прокатки труб с учетом особенностей поведения шарниров шпинделя и механизма установки рабочих валков. Составлены дифференциальные уравнения движения для выбранной модели механической системы стану винтовой прокатки труб и приведено их решение. Полученные уравнения сведены к параметрическому уравнению Риккати. Приведено численное и замкнутое решение задачи. Сформулированы основные условия возникновения параметрических колебаний в линии привода и механизме установки рабочих валков. Показано, что параметрические колебания системы являются основной причиной несоответствия результатов известных теоретических и экспериментальных исследований стану винтовой прокатки труб. Установлены главные причины возникновения параметрических колебаний в механизме установки рабочих валков и приводе рабочей клетки стану винтовой прокатки труб. На вазе теоремы Флоке определены области параметрической устойчивости в зависимости от режимов эксплуатации стану, величины угла подачи трубной заготовки в валки стану и пространственного расположения элементов шпиндельного устройства главного привода. Построена карта устойчивого функционирования линии привода рабочих валков для обобщенной динамической модели механической системы стану винтовой прокатки труб. Получены необходимые и достаточные устойчивые условия совместного функционирования элементов приводной линии и механизма установки угла подачи валков.

Ключевые слова: динамика, привод, валок, шпиндель, прошивка, заготовка, стан, труба, момент инерции, жесткость, неравномерность, колебания, устойчивость.

Введение

Возможный рост производительности технологической линии современных трубопрокатных агрегатов (ТПА) существенно сдерживается уровнем форсирования скоростных и силовых режимов прошивки трубных заготовок на стану винтовой прокатки труб.

Повышение скоростных режимов (темпов) прошивки заготовок на тяжелоагруженных стану винтовой прокатки труб представляет собой многофакторную комплексную задачу [1, 2]. В практике эксплуатации стану винтовой прокатки труб всех типов размеров предпринимались неоднократные попытки увеличения темпов работы привода. Следует

*Работа посвящается 85 лет со дня рождения, д. т. н., проф. Ткаченко А. С.

отметить, что они сопровождались не только повышением динамических нагрузок, но и заметным снижением устойчивости процесса прокатки бесшовных труб [3]. В литературе приведены результаты исследования динамики станов винтовой прокатки труб, которые в большинстве в несколько иной постановке учитывают влияние изменения угла подачи [4]. В силу изложенного, проведение определенных исследований, направленных на ста-

билизацию динамических характеристик линии привода тяжело нагруженных станов винтовой прокатки труб представляются весьма актуальными.

Постановка задачи. Для определения источников виброактивности, возникающей в некоторых элементах главного привода прошивного стана (стана винтовой прокатки труб), проведем предварительный анализ конструкции рабочей клетки (рис. 1) [3].

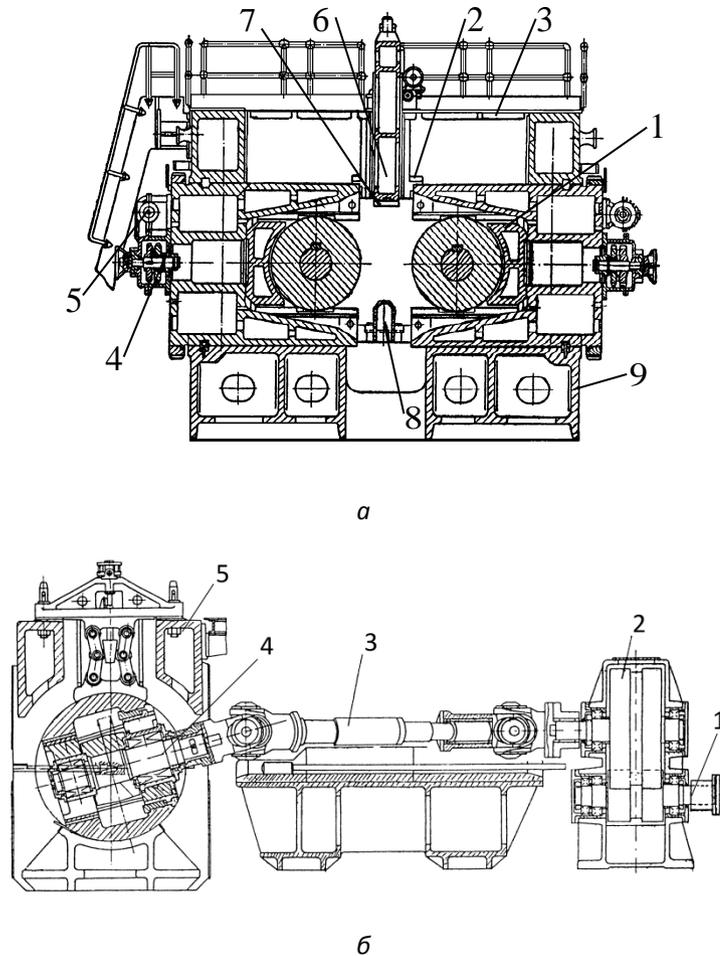


Рис. 1. Рабочая клетка и главный привод стана винтовой прокатки труб: а – рабочая клетка прошивного стана ТПА; б – главный привод стана

Заметим, что фиксация рабочих валков в пределах требуемого угла подачи по существующей схеме их установки в рабочей клетке недостаточна. Отметим, что не исключена возможность возбуждения параметрических колебаний в цепи трансмиссии главного привода с синхронным разворотом и движением барабанов с валками в противоположных друг к другу направлениях. Крутильные колебания в цепи разворота рабочих валков порождаются преимущественно изменением реакций соответственно в шарнирах шпинделя и опорах рабочих валков. Угловая скорость

вращения приводных элементов $\omega = \dot{\phi}$ обладает определенной степенью наведенной неравномерности, вследствие наличия в цепи привода рабочих валков шпинделя на основе карданной передачи [4-6]. Следует предполагать, что изменение скорости прокатки в осевом направлении зависит от изменения составляющей относительной скорости рабочего валка. Следовательно, при реализации технологического цикла прошивки заготовки сила сопротивления периодически изменяется, достигая максимальной и минимальной величины поочередно.

При этом рабочий валок и его привод разворота в барабане на требуемый угол подачи испытывают периодически изменяющийся момент от динамических и осевых слагаемых сил сопротивления. Под воздействием данных сил сопротивления изменяется угол подачи рабочих валков на некоторую величину $\Delta\beta$.

Метод решения задачи. Дифференциальное уравнение движения масс цепи разворота валка, вместе с барабаном и другими элементами рабочей клетки, вследствие наличия периодической составляющей силы реакций в шарнирных опорах $\delta F\dot{\varphi}$, имеет вид:

$$I \frac{d^2\Delta\beta}{dt^2} + C\Delta\beta = \delta F \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1)$$

где $\Delta\beta$ – изменение угла подачи рабочих валков; I и C – соответственно момент инерции масс системы и крутильная жесткость линии разворота валков в барабане рабочей клетки. Заметим, что необходимо и достаточно проверить выполнение условия ухода механической системы от параметрического резонанса в виде:

$$\omega = \sqrt{C/I} \gg \frac{d\varphi}{dt}.$$

Характерно то, что ось барабана рабочего валка во время прошивки трубной заготовки определенно совершает малые колебания. При этом вектор угловой скорости перпендикулярен оси прокатки. Гироскопический момент пары сил, возникающей в плоскости перпендикулярной к угловой скорости поворота оси валка, приводит к циклическому изменению давления металла на рабочие валки и крутящего момента привода (рис. 2).

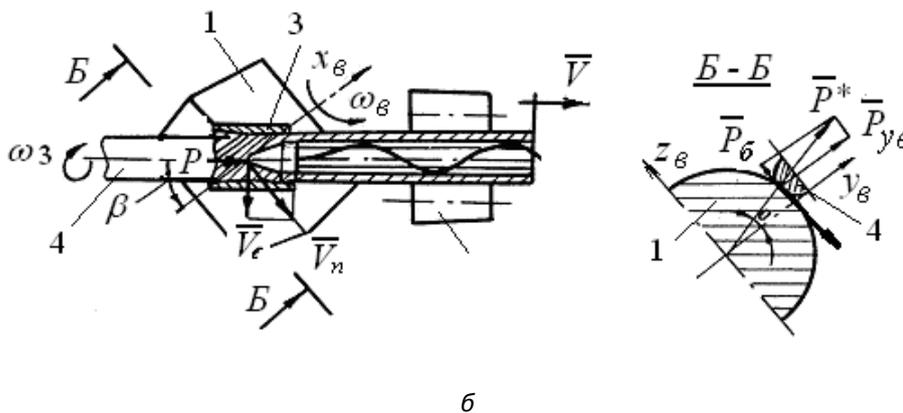
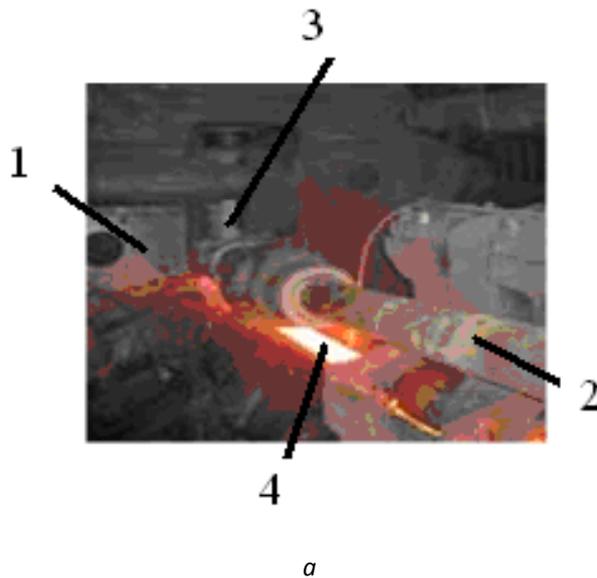


Рис. 2. Процесс прошивки (а) и силовая схема процесса прокатки трубной заготовки на прошивном стане ТПА (б)

Таким образом, в ходе выполнения технологического процесса прокатки труб, главный привод, кроме обычного (квазистатического) сопротивления деформации металла M_c , испытывает зависящий от угловой скорости (по характеру возникновения) момент сил сопротивления, соответствующей амплитуды δM .

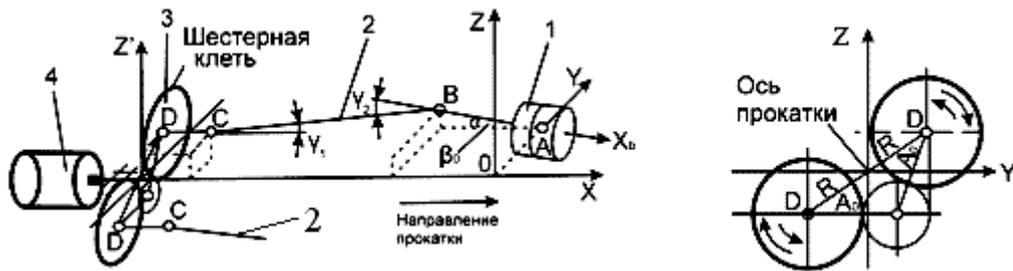
$$\delta M = M_c \eta / L,$$

где L – расстояние между подшипниковыми опорами вала, η – плечо равнодействующей силы давления металла на валки.

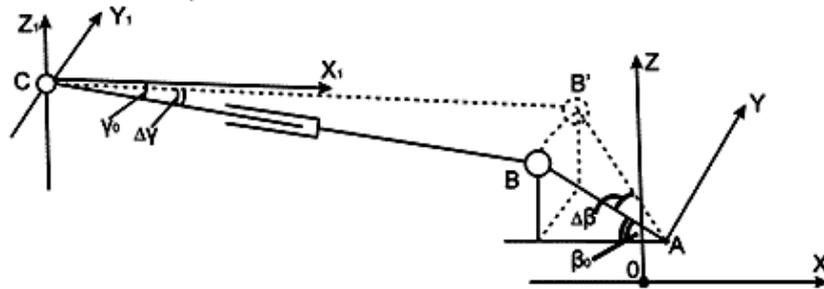
Следовательно, гироскопический момент рабочих валков определяется, согласно [7, 8], в виде:

$$M_g = I_e \omega \frac{d\Delta\beta}{dt} \sin \alpha \times \left[1 - (I_e - I_s) \frac{d\Delta\beta}{dt} \cos \alpha / (I_e \omega) \right],$$

где I_e – осевой момент инерции вала; I_s – сумма экваториального момента инерции вала и осевых моментов инерции элементов всей цепи поворота рабочего вала совместно с барабаном; α – угол между осями координат OY и OX_e (рис. 3).



a



б

Рис. 3. Расчетная схема главного привода прошивного стана ТПА (а) и возможные отклонения элементов привода и рабочего вала от проектных положений (б)

Следовательно, если период возмущения рассматриваемой системы совпадает с периодом изменения угловой скорости главного привода, то при большой амплитуде δM , достаточной для преодоления момента трения цепи привода поворота, происходит ее раскачка. Уравнение движения элементов главного привода прошивного стана содержит характерное возмущение (правая часть) с частотой, совпадающей с частотой периодических коэффици-

ентов левой части уравнения, что оказывает определяющее значение на возникновение неустойчивого решения, растущего со временем. Это, в свою очередь, приводит к нарушению устойчивости процесса прошивки заготовок.

Тогда уравнение вращательного движения цепи главного привода стана содержащее шпиндельное устройство с карданной передачей переменной структуры имеет вид:

$$\begin{aligned} (I_0 + I_1 i^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + I_1 i \frac{di}{d\varphi} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \\ = M_\delta - M_c - \delta M i, \end{aligned} \quad (2)$$

где φ – угол поворота ведущего вала шпиндельного устройства главного привода стана; I_0 – приведенный к ведущему валу момент инерции масс привода; I_1 – момент инерции рабочих валков, приведенный к ведомому валу; M_δ – движущий момент главного привода, линейно зависящий от угловой скорости $\omega = \dot{\varphi}$; i – переменное в течение цикла передаточное отношение шпиндельного устройства.

Передаточное отношение пространственной карданной передачи шпиндельного устройства главного привода, согласно [4, 5], определяется:

$$i = \frac{AB(1 + \operatorname{tg}^2(\varphi))}{[A^2 \operatorname{tg}^2(\varphi) + (B + C \operatorname{tg}^2(\varphi))^2]}, \quad (3)$$

где $A = \cos(\gamma_2)[1 + \operatorname{tg}^2(\theta_u - \delta_p)]$;

$$126 \quad B = \cos(\gamma_1)[1 + \operatorname{tg}^2(\theta_u - \delta_p) \cos^2(\gamma_2)];$$

$$C = \sin^2(\gamma_2) \operatorname{tg}(\theta_u - \delta_p).$$

Здесь γ_1, γ_2 – угол между ведущим валом и промежуточным и угол между промежуточным и ведомым соответственно, $\gamma_j \leq 20^\circ, j=1,2$; θ_u – угол, на который смещена вторая вилка промежуточного вала относительно первой в сторону вращения шпинделя; δ_p – угол, на который отклонен ведомый вал от плоскости, проведенной через ведущий и промежуточный валы (чаще всего согласно схеме сборки шпинделя привода соблюдается условие $\theta_u - \delta_p \approx 0$).

Учитывая порядок возрастания коэффициентов A, B, C , можно принять:

$$A = 1 + \varepsilon_1; B = 1 + \varepsilon_2; C = \varepsilon_3,$$

где $\varepsilon_j < 1, j=1, 2, 3$.

При этом выражение (3) можно упростить и представить в виде:

$$\begin{aligned} i = 1 - (E_1 + E_2) + \\ + (E_1 - E_2) \cos(2\varphi) + E_3 \sin(2\varphi). \end{aligned} \quad (4)$$

Движущий момент главного привода в основном определяется естественной механической характеристикой электродвигателя главного привода стана. Механическая характеристика для электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения, согласно [8, 9], описывается в следующем виде:

$$M_\delta = M_\delta^0 - k(\omega_0 - \dot{\varphi}),$$

где ω_0 – угловая скорость идеального холостого хода главного привода.

При установившемся процессе движения элементов главного привода должно выполняться необходимое и достаточное условие:

$$\int_0^{2\pi} M_\delta^0 - k(\omega_0 - \dot{\varphi}) - M_c^0 d\varphi = 0, \quad (5)$$

из которого определяется значение k – тангенс угла наклона статической характеристики двигателя к оси вектора угловой скорости. Введем некоторое

обозначение $\langle \dot{\varphi} \rangle = \frac{2\pi}{0} \int \dot{\varphi} d\varphi$ – средней угловой скорости. Тогда необходимое и достаточное условие (5) соответственно принимает форму:

$$\langle \dot{\varphi} \rangle = \omega_0 + (M_\delta^0 - \langle M_\delta^0 \rangle) / k. \quad (6)$$

Очевидно, в этом случае уравнение (2) приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} \{I_0 + I_1[1 - 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos(2\varphi) + \\ + 2\varepsilon_3 \sin(2\varphi)]\} \ddot{\varphi} + \\ + I_1[-2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin(2\varphi) + 2\varepsilon_3 \cos(2\varphi)] \dot{\varphi}^2 + \\ + k(\dot{\varphi} - \langle \dot{\varphi} \rangle) = \\ = \delta M [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos(2\varphi) + \varepsilon_3 \sin(2\varphi)]. \end{aligned} \quad (7)$$

После соответствующих преобразований уравнения (7) имеем следующее дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} a_0(\omega t) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + a_1(\omega t) \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \\ + a_2(\omega t) \frac{d\varphi}{dt} + a_3(\omega t) \varphi = 0; \end{aligned}$$

$$\varphi(t) = \omega t + \alpha(t), \quad |\alpha| \ll \omega t.$$

Полученное уравнение представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение Риккати [10]. Последовательное проведение требуемых подстановок, согласно [11], приводит его к линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами

$$C_0(\omega t) \frac{d^2 \tilde{W}}{dt^2} + C_1(\omega t) \tilde{W} = 0, \quad (8)$$

где \tilde{W} – связано с угловой скоростью $\dot{\varphi} = \omega$ следующими соотношениями:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-\tilde{W}'(\omega t) [I_{const} + \Delta I \cos 2(\omega t - \gamma)]}{\Delta I \sin 2(\omega t - \gamma) \tilde{W}(\omega t)};$$

$$C_0(\omega t) = 0,5 - 0,5 \cos 4(\omega t - \gamma);$$

$$W = \frac{\tilde{W} \sqrt{\sin 2(\omega t - \gamma)} \{1 + \varepsilon_4 \alpha + 0(\varepsilon_4^2)\}}{I_{const}};$$

$$C_1(\omega t) = \omega^2 [b_0 + b_1 \varepsilon_4 + 0(\varepsilon_4^2)].$$

Здесь:

$$\gamma = 0,5 \arctg \varepsilon_3 / (\varepsilon_1 - \varepsilon_2);$$

$$I_{const} = I_0 + I_1 [1 - 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)];$$

$$\Delta I = I_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos(\gamma);$$

$$\varepsilon_4 = \Delta I / I_{const} \ll 1;$$

$$\alpha = \ln \lg^2(\omega t - \gamma) - 2 \cos 2(\omega t - \gamma) - kt / \Delta I;$$

$$b_0 = \omega^2 \{1 + k [\sin 2(\omega t - \gamma) + 0,5 \sin 3(\omega t - \gamma) + \sin 4(\omega t - \gamma) - 0,5 \sin 5(\omega t - \gamma)] / (2\omega I_{const}) + k^2 / (4\omega^2 I^2 const) + \cos 4(\omega t - \gamma)\};$$

$$b_1 = \omega^2 \{3 \cos 2(\omega t - \gamma) + 1,5 \cos 3(\omega t - \gamma) + 1,5 \cos 5(\omega t - \gamma) + k [1 + \sin 2(\omega t - \gamma) + \cos 4(\omega t - \gamma)] / (2\omega I_{const}) + 0,5 \delta M [\sin 4(\omega t - \gamma) - \sin 8(\omega t - \gamma)]\}.$$

Согласно [11], исходя из теоремы Флоке вытекает, что поведение рассматриваемой системы и неустойчивость решения дифференциального уравнения (8) определяется соответствующим характеристическим показателем $\mu(\tau)$. Очевидно, при этом решение дифференциального уравнения (8) можно представить в форме:

$$\tilde{W} = C_1 e^{\mu(\tau)} \phi(\tau) + C_2 e^{-\mu(\tau)} \psi(\tau), \quad (9)$$

где $\phi(\tau)$ и $\psi(\tau)$ – периодические параметрические функции; C_1 и C_2 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий задачи, согласно постановке Коши.

Следует отметить, что при соответствующих параметрических разложениях периодические функции уравнения (9) имеют вид:

$$\phi(\tau) = d_1^{(1)} \sin(\omega t - \gamma) + d_2^{(1)} \sin 2(\omega t - \gamma) + l_1^{(1)} \cos(\omega t - \gamma) + l_2^{(1)} \cos 2(\omega t - \gamma) + \dots$$

$$\psi(\tau) = d_1^{(2)} \sin(\omega t - \lambda) + d_2^{(2)} \sin 2(\omega t - \gamma) + l_1^{(2)} \cos(\omega t - \lambda) + l_2^{(2)} \cos 2(\omega t - \gamma) + \dots$$

Полагая $\varepsilon_4 = 0$ и малой параметр $k / (2\omega I_{const}) = 0$, для частного случая решения задачи в нулевом приближении, окончательно получим дифференциальное уравнение движения привода рабочих валков в виде:

$$[1 - \cos 4(\omega t - \gamma)] \frac{d^2 W}{dt^2} + \omega^2 [1 + \cos 4(\omega t - \gamma)] W = 0. \quad (10)$$

Уравнение движения линии привода рабочих валков (10), в данном случае, определенно отличается от известного параметрического уравнения Маттье, поскольку периодические коэффициенты не малы. Исследование (10) позволяет установить не-

которые основные причины возникновения параметрических колебаний оси рабочего валка, которые в свою очередь существенно влияют на динамику главного привода прошивного стана (винтовой прокатки труб) (рис. 4).

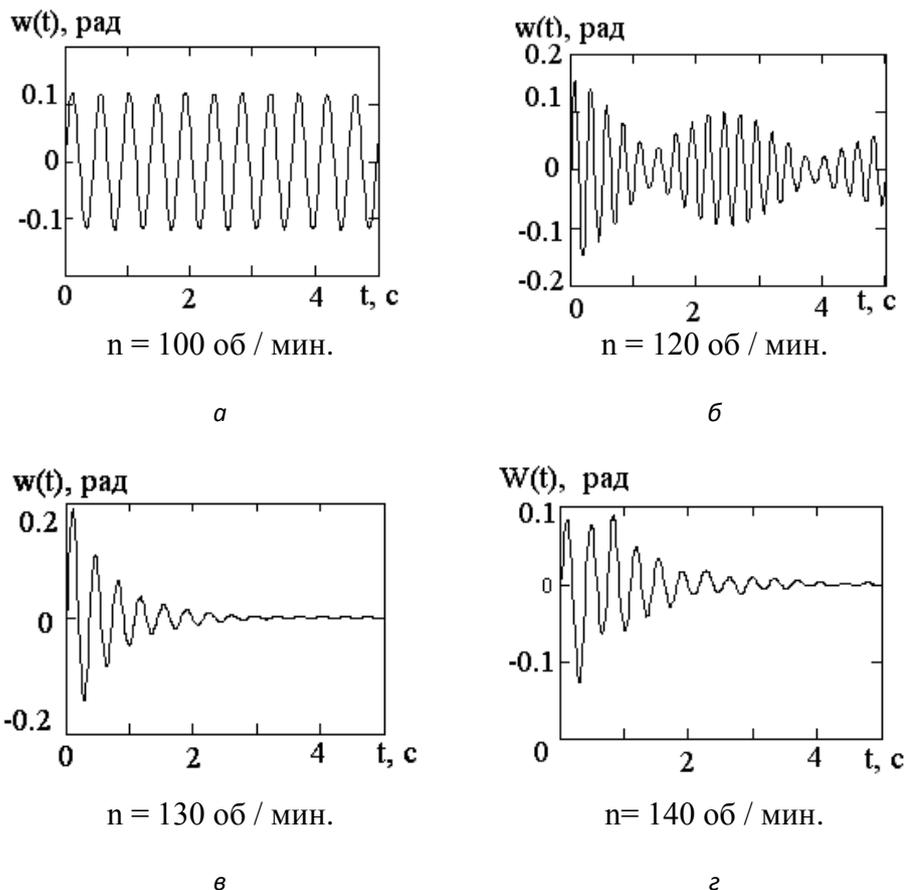


Рис. 4. Динамика линии привода прошивного стана ТПА 140: $n=120\text{--}140$ об/мин; $\gamma_1 = 20^\circ$; $\gamma_2 = 10^\circ$; $\theta_p = 18^\circ$; $\psi_p = 18^\circ$

Анализ полученных результатов показывает, что возникающие при этом параметрические колебания в системе являются основной причиной несоответствия результатов экспериментальных и известных теоретических исследований [4, 9] станов винтовой прокатки труб. Однако необходимо отметить, что дифференциальному уравнению (10), в силу имеющих периодических коэффициентов, присущи определенные чередующиеся области устойчивого и неустойчивого решений.

Экспериментальными исследованиями главного привода и характерными условиями функционирования рабочей клетки прошивного стана ТПА 140 установлено, что угол подачи рабочих валков целе-

сообразно выдерживать в пределах $10^\circ\text{--}12^\circ$. Опыт эксплуатации прошивного стана ТПА 140 указывает на необходимость установки и в дальнейшем надежной фиксации рабочих валков с барабанами в пределах требуемой величины угла подачи соответствующими механизмами. Заметим, что при прокатке труб из нержавеющей стали типа 12Х18Н10Т, а также из особо труднодеформируемой и низкопластичной стали 20Х25Н19 на прошивном стане ТПА 140 с реализацией рациональных углов подачи в пределах $11^\circ\text{--}12^\circ$ достигнуты положительные результаты. В частности, анализ данных по качеству бесшовных труб из стали 12Х18Н10Т показал, что выход годных труб на ТПА 140 увеличился на 1,5–2%.

Оценку динамического состояния стана винтовой прокатки на основе исследования обобщенной динамической модели привода рабочих валков далее удобно производить путем построения карты устойчивости функционирования механической системы. Карта совместного устойчивого функционирования элементов приводной линии и рабочих валков прошивного стана трубопрокатного агрегата в этом случае строится на основе известных предпосылок математической теории параметрической устойчивости и асимптотических методов исследования дифференциальных уравнений согласно [10, 11]. В зависимости от режимов эксплуатации станом, величины угла подачи и пространственного расположения элементов шпиндельного устройства главной трансмиссии, из уравнения (10) определены области параметрической устойчивости системы. По методике И. А. Вышегородского, согласно [11], для прошивного стана ТПА 140 построены области устойчивого движения привода валков рабочей клетки (рис. 5).

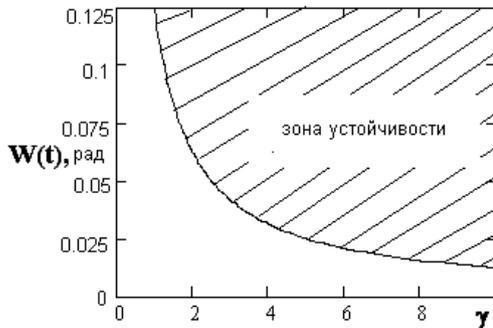


Рис. 5. Обобщенная карта устойчивости функционирования главного привода прошивного стана ТПА 140

Например, в настоящее время при прошивке труб из заготовок 20Х25Н19 диаметром 120...150 мм на прошивном стане ТПА 140, с учетом модернизации оборудования главного привода и рабочей клетки, технологическим процессом предусмотрена установка угла подачи рабочих валков $9^{\circ}30' \div 10^{\circ}$, а для заготовок из различных углеродистых сталей

диаметром $\varnothing 100 \div 140$ мм $10^{\circ}30'$. Применением рекомендуемых величин угла подачи ($10^{\circ}30' \div 11^{\circ}$) и соответствующей частоты вращения главного привода (120...140 об/мин) на прошивном стане ТПА 140 достигнуто заметное снижение уровня параметрических колебаний и повышение качества гильз на 3–5%. В этом случае, одновременно, наблюдается заметное снижение виброактивности элементов линии привода прошивного стана.

Подчеркнем то, что дальнейшее увеличение углов подачи рабочих валков и повышение частоты вращения линии привода требует введения дополнительных мер (например, использование конструкции шпинделей с возможностью регулировки передаточного отношения) по стабилизации уровня виброактивности тяжело нагруженной механической системы "линия привода – рабочий валок – трубная заготовка".

ВЫВОДЫ

1. Получено дифференциальное уравнение движения линии привода стана винтовой прокатки труб уравнение, представляющее уравнение Риккати, с учетом переменности передаточного отношения карданной передачи и величины угла подачи рабочих валков.

2. Установлены главные причины возникновения параметрических колебаний в приводе валков рабочей клетки стана винтовой прокатки труб. Показано, что параметрические колебания системы являются основной причиной несоответствия результатов экспериментальных и известных теоретических исследований [3, 7] прошивных станом (станом винтовой прокатки труб).

3. Исходя из теоремы Флоке определены области параметрической устойчивости системы в зависимости от режимов эксплуатации стана, величины угла подачи трубной заготовки в рабочие валки стана и пространственного расположения элементов шпиндельного устройства главного привода. По методике И. А. Вышегородского построена карта устойчивого (рационального) функционирования линии привода рабочих валков для прошивных станом (станом винтовой прокатки труб) для обобщенной динамической модели механической системы.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Емеляненко П. Т. Теория кривой и пилигримовой прокатки / П. Т. Емеляненко. – М. : Металлургия, 1949. – 491 с.
2. Интенсификация поперечно-винтовой прокатки / [А. П. Чекмарев, Ю. М. Матвеев, В. Н. Выдрин, Я. Е. Финкельштейн]. – М. : Металлургия, 1970. – 184 с.
3. Тетерин П. К. Теория поперечно-винтовой прокатки / П. К. Тетерин. – М. : Металлургия, 1971. – 348 с.
4. Потапов И. Н. Новая технология винтовой прокатки / И. Н. Потапов, П. И. Полухин. – М. : Металлургия, 1975. – 343 с.
5. Кожевников С. Н. Карданные передачи / С. Н. Кожевников, П. Д. Перфильев. – К. : Техніка, 1978. – 263 с.
6. Иванченко Ф. К. Динамика металлургических машин / Ф. К. Иванченко, В. В. Красношарпа. – М. : Металлургия, 1983. – 395 с.
7. Соловейчик П. М. Трубопрокатные агрегаты с автомат-станом / П. М. Соловейчик. – М. : Металлургия, 1967. – 160 с.
8. Иванченко Ф. К. / Динамика и прочность прокатного оборудования / [Ф. К. Иванченко, П. И. Полухин, М. А. Тылкин, В. П. Полухин]. – М. : Металлургия, 1970. – 486 с.
9. Кожевников С. Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С. Н. Кожевников. – К. : Наукова думка, 1983. – 288 с.
10. Математическая энциклопедия / Под ред. И. М. Виноградова. – М. : Советская энциклопедия, 1984. – Т. 4. – 986 с.
11. Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний / Ю. И. Неймарк. – М. : Наука, 1972. – 471 с.